

• **Неравный блок.**

Решить неравенство/совокупность неравенств:

- 1) (1 балл) $\frac{x^2+2x}{x-1} \geq x^2 - x - 6$.
- 2) (2 балла) $|-x^2 - 1 + x| \leq x^2 - 3x + 4$.
- 3) (3 балла) $|x - 2| \geq |2x^2 - 9x + 9|$.
- 4) (4 балла) $\frac{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-5x+6}}{x^2-3x-1} \leq 0$.
- 5) (5 баллов) $\begin{cases} 1 \leq \frac{7x-11}{x^2+x-2} \\ |4x^2-x-7| \leq |2x^2-9x+9| \end{cases}$.

• **Блок квадратного трёхчлена.**

- 1) (1 балл) При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 - (a+1)x + a^2 - 2,5 = 0$ будет наибольшей?
- 2) (2 балла) При каких значениях параметра a уравнение $(a-1)x^2 - ax - a + 2 = 0$ имеет два действительных корня x_1 и x_2 , удовлетворяющих условию: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{7}{4x_1x_2}$?
- 3) (3 балла) Графики квадратичных функций $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ имеют единственную общую точку, абсцисса которой равна 0. Докажите, что, если $b_1b_2 < 0$, то $a_1 = a_2$.
- 4) (3 балла) Графики квадратичных функций $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ пересекаются в точках с абсциссами 0 и 3. Докажите, что, если $a_1 > a_2$, то $b_1 < b_2$.
- 5) (5 баллов) Определите координаты точки графика функции $y = x^2 + 5x - 3$, сумма расстояний от которой до осей координат – наименьшая.

• **Функциональный блок.**

- 1) (1 балл) Найдите область определения функции:
а) $y = \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{9-x^2}}$; б) $y = \frac{1}{\sqrt{-x^3+6x^2-5x}}$; в) $y = \sqrt{8-x^3} + \frac{x}{1-x^2}$.
- 2) (1 балл) Исследуйте функцию на чётность: $y = \frac{(2x-2)|x+4|}{(x+1)(2x-1)} + \frac{(2x+2)|x-4|}{(x-1)(2x+1)}$.
- 3) (2 балла) Постройте графики функций $f(\varphi(x))$ и $\varphi(f(x))$, если $f(x) = 4x^4 - 4x^2$, $\varphi(x) = \sqrt{x+1}$.
- 4) (3 балла) Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = \frac{1}{2x+x^2-3}$.
- 5) (4 балла) Постройте множества точек, заданных уравнениями:
а) $|y| = \frac{3|x|-1}{|x|-1}$; б) $y = 5 + \frac{\sqrt{9+12x+4x^2}}{4x+6} \cdot 2x^2 - 6x$.

• **Параметрически - графический блок.**

- 1) (1 балл) При каких значениях a существует единственный корень уравнения $x^2 - ax + 2 = 0$, удовлетворяющий условию $1 < x < 3$?
- 2) (2 балла) При каких значениях параметра b уравнение $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(x - \frac{1}{2}\right) = b(b+2)$ имеет два отрицательных корня?
- 3) (3 балла) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} y+x=a \\ \frac{(x^2+y^2-1)(y^2-y+x^2-x)}{\sqrt{y-x}}=0 \end{cases}$ имеет одно решение.
- 4) (4 балла) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} \sqrt{(|x|-3)^2 + (y-4)^2} \leq 1 \\ y-2 \leq ax \end{cases}$ имеет единственное решение.
- 5) (5 баллов) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} \sqrt{(x+5+2a)^2 + (-y+1+a)^2} \leq \frac{|a^2-a-1|}{\sqrt{5}} \\ x+2y \geq -2 \end{cases}$ не имеет решений.

• **Неравенство Коши.**

- 1) (1 балл) Докажите, что при $x \geq 0$ верно неравенство $3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$.
- 2) (2 балл) Докажите, что если $a < 1, b < 1, a+b \geq 0,5$, то $(1-a)(1-b) \leq \frac{9}{16}$.
- 3) (3 балла) Найдите наибольшее значение выражения $ab + bc + ca + abc$, если $a+b+c = 12, a, b, c \geq 0$.
- 4) (4 балла) Известно, что $a, b, c \geq 0$. Докажите, что $ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$.
- 5) (5 баллов) Найдите наименьшую величину выражения:
 $\sqrt{x_1^2 + (1-x_2)^2} + \sqrt{x_2^2 + (1-x_3)^2} + \dots + \sqrt{x_{2n}^2 + (1-x_1)^2}$.